

## I - Graphe non orienté

Un **graphe non orienté** est une **structure relationnelle** qui met en relation des données entre elles.  
La relation est symétrique : si A est en relation avec B, B est en relation avec A.

Les **sommets** sont les données dont on désire connaître les relations. On les représente graphiquement par un cercle le plus souvent. Les sommets sont caractérisés par leurs étiquettes.

Les **arêtes** sont les liens symétriques reliant directement deux sommets entre eux.  
On les représente habituellement comme un simple trait reliant deux sommets.

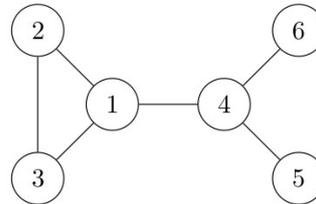
L'**ordre** d'un graphe correspond à son nombre de sommets.  
Le **degré d'un sommet** correspond au nombre d'arêtes liées à ce sommet.  
Deux sommets sont **adjacents** si ils sont reliés par une arête.

Un **graphe non orienté simple** est un couple  $G = (S, A)$  contenant deux ensembles :

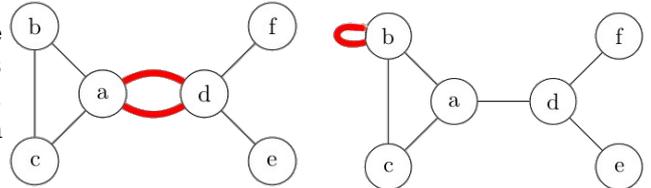
- Un ensemble S des sommets ;
- Un ensemble A des arêtes où **une arête est un ensemble  $\{s1, s2\}$**  de 2 sommets.

**Exemple :**

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$   
 $A = \{ \{1,2\}, \{1,3\}, \{1,4\}, \{2,3\}, \{4,6\}, \{4,5\} \}$



**GRAPHE SIMPLE** : graphe où il n'existe qu'une seule arête permettant de relier deux sommets (il n'y a pas possibilité de représenter deux arêtes communes reliant deux sommets).  
Le 1<sup>er</sup> graphe ci-contre N'EST PAS SIMPLE mais est un multigraphe.



**BOUCLE** : relation **reliant un sommet à lui-même** : elles n'existent pas formellement sur les graphes non orientés (puisqu'on NE PEUT PAS définir l'ensemble  $\{b, b\}$  !)

Une **chaîne** est une succession d'arêtes permettant de passer d'un sommet de départ à un sommet d'arrivée.  
La longueur d'une chaîne correspond au nombre d'arêtes à emprunter pour relier les deux sommets.

Une **boucle** est une arête reliant directement un sommet à lui-même.

Un **cycle** est une chaîne fermée, partant d'un sommet et y revenant.

Un graphe acyclique est un graphe dans lequel il n'existe pas de cycle simple : si on programme notre fonction d'exploration pour ne jamais emprunter deux fois une même arête, on ne peut pas tourner en rond.

Il faudra prendre plus de précautions si on ne connaît pas la nature du graphe.

Une **chaîne simple** est une chaîne dans laquelle toutes les arêtes sont différentes.

Une **chaîne élémentaire** est une chaîne simple dans laquelle tous les sommets sont différents.

Un **cycle simple** est une chaîne simple fermée (simple donc on n'emprunte jamais deux fois la même arête).

Un **cycle élémentaire** est un cycle simple dans lequel on ne rencontre jamais un même sommet deux fois (à part le sommet de départ-arrivée).

**Pour détecter les cycles, il suffit de détecter les cycles élémentaires.**

**Pour éviter de tourner en rond**, il suffit de refuser de prendre plusieurs fois la même arête et donc de **ne considérer que des chaînes simples**.

## II - Graphe orienté

Un **graphe orienté** est une **structure relationnelle** qui met en relation des données entre elles.

Les relations ne sont pas nécessairement symétriques : si A est en relation avec B, B n'est pas obligatoirement en relation avec A.

Les **sommets** sont les données dont on désire connaître les relations. On les représente graphiquement par un cercle le plus souvent. Les sommets sont caractérisés par leurs étiquettes.

Les **arcs** sont les liens reliant un sommet source  $s_1$  et un sommet destination  $s_2$ .

Il s'agit donc d'un **couple**  $(s_1, s_2)$ . On les représente graphiquement comme une flèche  $s_1 \rightarrow s_2$ .

L'**ordre** d'un graphe correspond à son nombre de sommets.

Chaque sommet possède deux degrés.

Le **degré entrant** correspond au nombre d'arcs qui mènent à ce sommet  $s$  : le nombre d'arcs tels que  $(*, s)$ .

Le **degré sortant** correspond au nombre d'arcs qui sortent de ce sommet  $s$  : le nombre d'arcs tels que  $(s, *)$ .

On dit que  **$s_1$  est adjacent à  $s_2$**  si et seulement si il existe un arc  $(s_1, s_2)$ , c'est à dire de  $s_1$  vers  $s_2$ .

La liste d'adjacence d'un sommet  $s_1$  contient les successeurs  $s_2$  possibles en partant du sommet  $s_1$ .

Dans un graphe orienté, l'adjacence n'est donc pas nécessairement symétrique.

**Un graphe orienté simple est un couple  $G = (S, A)$  contenant deux ensembles :**

- Un ensemble S des sommets ;
- Un ensemble A des arcs où **un arc est un couple  $(s_1, s_2)$**  de 2 sommets.

**Exemple :**

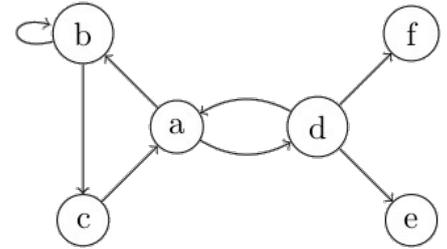
$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$A = \{ (a, b), (a, d), (b, b), (b, c), (c, a), (d, a), (d, f), (d, e) \}$

Liste d'adjacences :  
de a : [a, d]  
de b : [b, c]

de c : [a]  
de d : [a, e, f]

de e : []  
de f : []



Un graphe orienté simple est un graphe orienté qui ne possède aucune boucle et aucune arête multiple.

Un **chemin** est une succession d'arcs permettant de passer d'un sommet de départ à un sommet d'arrivée.

La longueur d'un chemin correspond au nombre d'arcs à emprunter pour relier les deux sommets.

Une **boucle** est un arc reliant directement un sommet à lui-même.

Un **circuit** est un chemin fermé, partant d'un sommet et y revenant.

Un graphe acyclique est un graphe dans lequel il n'existe pas de circuit simple : si on programme notre fonction d'exploration pour ne jamais emprunter deux fois un même arc, on ne peut pas tourner en rond.

Il faudra prendre plus de précautions si on ne connaît pas la nature du graphe.

Un **chemin simple** est un chemin dans lequel tous les arcs sont différents.

Un **chemin élémentaire** est un chemin simple dans lequel tous les sommets sont différents.

Un **circuit simple** est un chemin simple fermé (simple donc on n'emprunte jamais deux fois la même arête).

Un **circuit élémentaire** est un circuit simple dans lequel on ne rencontre jamais un même sommet deux fois (à part le sommet de départ-arrivée).

**Pour détecter les cycles, il suffit de détecter les circuits élémentaires.**

**Pour éviter de tourner en rond, il suffit de refuser de prendre plusieurs fois le même arc et donc de ne considérer que des chemins simples.**

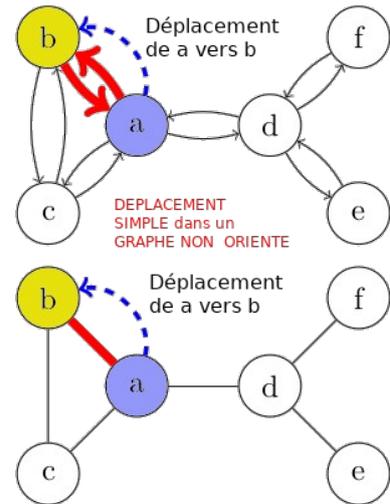
## DIFFERENCE ENTRE GRAPHE NON ORIENTE et GRAPHE ORIENTE

On retrouve les mêmes définitions sur les graphes non orientés en remplaçant les termes arcs par arêtes.

On pourrait croire que ces deux graphes sont équivalents, mais non !

Sur le graphe orienté, on peut passer de a vers b lors du parcours puis passer de b vers a puisqu'on active deux arcs différents.

Sur le graphe non orienté, passer de a à b bloque définitivement cette arête et on ne pourra donc plus passer de b à a.



## ARCS et ARETES, CHEMIN et CHAINES

Le vocabulaire est différent sur les deux types de graphes mais certains termes sont néanmoins couramment utilisés sur l'autre types de graphe :

	GRAPHE NON ORIENTE	GRAPHE ORIENTE
Relation	<b>Arête</b>	<b>Arc</b> ou arête
Déplacement	<b>Chaîne</b> ou chemin	<b>Chemin</b>
Déplacement fermé	<b>Cycle</b>	<b>Circuit</b> ou cycle

## Traduction

En anglais (culture générale bien entendu)

- **Directed Graph** ou **Digraph** pour Graphe Orienté et Arc pour Arc
- **Undirected Graph** pour Graphe Non Orienté et Edge pour Arête
- **Vertex** pour Sommet
- **Edge** pour arête
- **Walk** pour Chemin
- **Trail** pour Chemin Simple
- **Loop** pour Boucle
- **Cycle** pour Cycle